

Classe: TS1ET	Date: 05/2013	<u>Type</u> <u>Devoir surveillé</u>
<u>Devoir n°11</u>		
Thème: Calcul intégral		

1°) Calculer les intégrales suivantes en utilisant une primitive. (8 points)

$$I_1 = \int_1^4 (2t+1)dt = \left[t^2 + t \right]_1^4 = (16+4) - (1+1) = 18$$

$$I_2 = \int_1^3 (x^2 + 3x + 1)dx = \left[\frac{x^3}{3} + \frac{3}{2}x^2 + x \right]_1^3 = \left(9 + \frac{27}{2} + 3 \right) - \left(\frac{1}{3} + \frac{3}{2} + 1 \right) = 2 - \frac{1}{3} = \frac{68}{3}$$

$$I_3 = \int_0^2 \left(4x + 1 + \frac{3}{x+2} \right) dx = \left[2x^2 + x + 3 \ln(x+2) \right]_0^2 = (8 + 2 + 3 \ln 4) - 3 \ln 2 = 10 + 3(\ln 4 - \ln 2) = 10 + 3 \ln 2 \approx 12,08$$

$$I_4 = \int_0^1 e^{2t} dt = \left[\frac{e^{2t}}{2} \right]_0^1 = \frac{e^2}{2} - \frac{1}{2} = \frac{e^2 - 1}{2} \approx 3,19$$

$$I_5 = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin(3x) dx = \left[-\frac{\cos(3x)}{3} \right]_0^{\frac{\pi}{6}} = -\frac{\cos(\frac{\pi}{2})}{3} + \frac{\cos 0}{3} = 0 + \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

barème: $\left. \begin{array}{l} I_1 \rightarrow 1 \text{ pt} \\ I_2 \rightarrow 1 \text{ pt} \\ I_3 \rightarrow 2 \text{ pts} \\ I_4 \rightarrow 2 \text{ pts} \\ I_5 \rightarrow 2 \text{ pts} \end{array} \right\} \text{ moitié des points pour réponse juste avec calculatrice}$

2°) Calculer à l'aide d'une intégration par parties: (12 points)

$$I_6 = \int_1^2 x e^x dx$$

$$I_7 = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{2\pi} (2t-1) \cos(t) dt$$

$$I_8 = \int_{\frac{1}{2}}^{e^2} x^2 \ln(x) dx$$

4 pts par calcul dont

- 1 pour poser correctement
- 1 pour écrire la formule
- 1 pour s'assurer dans les calculs
- 1 pour résultat (même avec calc)

$$2^0) \quad I_6 = \int_1^2 x e^x dx$$

On intègre par parties en posant:

$$\begin{array}{ll} u' = e^x & u = e^x \\ v = x & v' = 1 \end{array}$$

$$I_6 = \left[x e^x \right]_1^2 - \int_1^2 e^x dx = 2e^2 - e - \left[e^x \right]_1^2 = 2e^2 - e - (e^2 - e)$$

$$\boxed{I_6 = e^2} \approx 7,39$$

$$I_7 = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{2\pi} (2t-1) \cos(t) dt$$

On intègre par parties en posant: $\begin{cases} u' = \cos(t) & u = \sin(t) \\ v = 2t-1 & v' = 2 \end{cases}$

$$I_7 = \left[(2t-1) \sin(t) \right]_{-\frac{\pi}{2}}^{2\pi} - \int_{-\frac{\pi}{2}}^{2\pi} 2 \sin(t) dt$$

$$I_7 = 0 - (-\pi-1) \sin(-\frac{\pi}{2}) - \left[-2 \cos(t) \right]_{-\frac{\pi}{2}}^{2\pi}$$

$$I_7 = -\pi - 1 + (2 \cos(2\pi) - 2 \cos(-\frac{\pi}{2})) = -\pi - 1 + (2 - 0) = \boxed{-\pi + 1}$$

$$I_8 = \int_{\frac{1}{2}}^{e^2} x^2 \ln(x) dx \quad \text{on intègre par parties en posant: } \begin{cases} u' = x^2 & u = \frac{x^3}{3} \\ v = \ln(x) & v' = \frac{1}{x} \end{cases}$$

$$I_8 = \left[\frac{x^3}{3} \ln(x) \right]_{\frac{1}{2}}^{e^2} - \int_{\frac{1}{2}}^{e^2} \frac{x^2}{3} dx = \frac{e^6}{3} \ln(e^2) - \frac{1}{24} \ln(\frac{1}{2}) - \left[\frac{x^3}{9} \right]_{\frac{1}{2}}^{e^2}$$

$$I_8 = \frac{2}{3} e^6 + \frac{1}{24} \ln(2) - \left(\frac{e^6}{9} - \frac{1}{72} \right) = \boxed{\frac{5}{9} e^6 + \frac{1}{24} \ln(2) + \frac{1}{72}} \approx 224,17$$