

* Correction des exercices donnés

Exercice 3 (cf cours V-4°)

$$(3) \quad 2x^2 - x < 3x$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - x - 3x < 0$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 4x < 0$$

$$\Leftrightarrow 2x(x-2) < 0$$

On fait un tableau de signe:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$2x$	-	0	+	+
$x-2$	-	-	0	+
$2x(x-2)$	+	0	-	+

Donc $(2x^2 - x < 3x) \Leftrightarrow (2x(x-2) < 0) \Leftrightarrow \boxed{x \in]0; 2[}$

Remarques: Ne figurent pas sur la copie (en cas de devoir)

l'inéquation est de degré 2, on "met" tous les termes au 1^{er} membre.

on simplifie

on factorise le 1^{er} membre

on étudie le signe du premier membre à l'aide d'un tableau de signe.

on lit les solutions dans ce tableau

$$(4) \quad x^2 \leq 4x - 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)^2 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow x-2 = 0$$

(car un carré est toujours positif ou nul)

$$\Leftrightarrow \boxed{x = 2}$$

de degré 2, on "met" tous les termes au premier membre.

on factorise le premier membre.

Ici on n'est pas obligé de faire un tableau de signe car un carré n'est jamais strictement négatif.

← Il n'y a qu'une seule solution

⑤ Résoudre l'inéquation : $3 > \frac{1}{2x-3}$

⑥ Résoudre l'inéquation : $\frac{3}{4x-1} \geq 1$

Enoncés des exercices supplémentaires

⑤ * Remarque: L'inéquation semble de degré 1 (car il n'y a pas de x^2 , ni de x^3 , etc... qui apparaît). Mais il n'en est rien: elle n'est pas de degré 1 car l'inconnue x , même si elle semble être à la puissance 1, elle est au dénominateur: ça change tout!

* Attention! **NE PAS FAIRE CECI**

$$3 > \frac{1}{2x-3}$$

$$\Leftrightarrow 3(2x-3) > 1$$

on a multiplié par $(2x-3)$ les deux membres de l'inéquation

HORREUR: car dans une inéquation lorsqu'on multiplie par un réel, il faut connaître le signe de celui-ci: en effet, s'il est négatif, l'inégalité change de sens. Or $(2x-3)$ dépend de x : il peut être positif, mais aussi négatif $\rightarrow$ cela dépend de x !

* Résolution correcte:

en vert: des remarques

3/4

$$3 > \frac{1}{2x-3}$$

Ce n'est pas une inéquation de degré 1, on met donc tous les termes au premier membre.

$$\Leftrightarrow 3 - \frac{1}{2x-3} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3(2x-3)}{2x-3} - \frac{1}{2x-3} > 0$$

On réduit ensuite le premier membre au même dénominateur et on simplifie

$$\Leftrightarrow \frac{6x-9-1}{2x-3} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{6x-10}{2x-3} > 0$$

Ici on connaît le signe du numérateur et du dénominateur, on fait un tableau de signe.

Faisons un tableau de signe:

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$+\infty$
$6x-10$	-		-	+
$2x-3$	-		+	+
$\frac{6x-10}{2x-3}$	+		-	+

$$\begin{aligned} * (6x-10=0) \\ \Leftrightarrow (6x=10) \\ \Leftrightarrow (x=\frac{10}{6}) \Leftrightarrow (x=\frac{5}{3}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * (2x-3=0) \\ \Leftrightarrow 2x=3 \\ \Leftrightarrow x=\frac{3}{2} \end{aligned}$$

Dans ce tableau, on lit les solutions de l'inéquation:

$$3 > \frac{1}{2x-3} \Leftrightarrow x \in]-\infty; \frac{3}{2} [\cup] \frac{5}{3}; +\infty [$$

$\hookrightarrow \Leftrightarrow \frac{6x-10}{2x-3} > 0 \rightarrow$ on regarde dans le tableau et on trouve

⑥ Résolution de l'exemple 2 (sans commentaires)

4/4

$$\frac{3}{4x-1} \geq 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4x-1} - 1 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4x-1} - \frac{4x-1}{4x-1} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3-(4x-1)}{4x-1} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-4x+4}{4x-1} \geq 0$$

On fait un tableau de signe

x	$-\infty$	$\frac{1}{4}$	1	$+\infty$
$-4x+4$	+	+	0	-
$4x-1$	-	0	+	+
$\frac{-4x+4}{4x-1}$	-	+	0	-

Donc :

$$\left(\frac{3}{4x-1} \geq 1 \right) \Leftrightarrow \left(\frac{-4x+4}{4x-1} \geq 0 \right) \Leftrightarrow \boxed{\left(x \in \left] \frac{1}{4}; 1 \right] \right)}$$