Exercice 1 (6 points)

Déterminer les primitives de chacune des fonctions f sur l'intervalle I

1°) $f(x)=x^3-4x^2+3x-5$ $I=\mathbb{R}$

2°) $f(x)=x+1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}$ $I=]0,+\infty[$

3°) $f(x)=\frac{3x}{(x^2+1)^3}$ $I=\mathbb{R}$

4°) $f(x)=\frac{2x+1}{x^2+x+1}$ $I=\mathbb{R}$

5°) $f(x)=\frac{1}{2x+1}$ $I=\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$

6°) $f(x)=e^{x+1}$ $I=\mathbb{R}$

7°) $f(x)=e^{3x-5}$ $I=\mathbb{R}$

8°) $f(x)=3\cos(x)+5\sin(2x)$ $I=\mathbb{R}$

Correction du devoir.

Exercice 1

1°) $f(x) = x^3 - 4x^2 + 3x - 5 \qquad I = \mathbb{R}$

$$\boxed{F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{4}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 5x + k} \qquad (k \in \mathbb{R})$$

(0,5)

2°) $f(x) = x + 1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} \qquad I =]0\,;+\infty[$

$$\boxed{F(x) = \frac{x^2}{2} + x + \ln(x) - \frac{1}{x} + k} \qquad (k \in \mathbb{R})$$

(1)

3°) $f(x) = \frac{3x}{(x^2+1)^3} \qquad I = \mathbb{R}$

On a $f(x) = \frac{3}{2} \times \frac{2x}{(x^2+1)^3} = \frac{3}{2}\,\frac{u'}{u^3} = \frac{3}{2}\,u'u^{-3} \quad (u = x^2+1)$

Donc $F(x) = \frac{3}{2}\,\frac{u^{-2}}{-2} + k$

$F(x) = -\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{u^2} + k$

$$\boxed{F(x) = -\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{(x^2+1)^2} + k} \qquad (k \in \mathbb{R})$$

(1)

4°) $f(x) = \frac{2x+1}{x^2+x+1} = \frac{u'}{u} \quad$ avec $u = x^2+x+1$

Donc $F(x) = \ln(u) + k$

$$\boxed{F(x) = \ln(x^2+x+1) + k} \qquad (k \in \mathbb{R})$$

(1)

5°) $f(x) = \frac{1}{2x+1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{2x+1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{u'}{u}$ avec $u = 2x+1$

Donc $F(x) = \frac{1}{2} \ln|u| + k$

$$\boxed{F(x) = \frac{1}{2} \ln(2x+1) + k} \qquad (k \in \mathbb{R})$$

(1)

6°) $f(x) = e^{x+1}$

$$\boxed{F(x) = e^{x+1} + k} \qquad (k \in \mathbb{R})$$

(0,5)

7°) $f(x) = e^{3x-5}$

$$\boxed{F(x) = \frac{e^{3x-5}}{3} + k} \qquad (k \in \mathbb{R})$$

(0,5)

8°) $f(x) = 3\cos(x) + 5\sin(2x)$ 3/8

$$\boxed{F(x) = 3\sin(x) - \frac{5}{2}\cos(2x) + k \quad k \in \mathbb{R}}$$

0,5