Exercices sur les équations différentielles

Exercice 1

Soit (E) l'équation différentielle:

$$y'-y=x^2-x-1$$

dans laquelle y est une fonction de la variable x, dérivable sur $\mathbb{R}$, et où y' est la fonction dérivée de y.

1°) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation différentielle (E_0) :

$$y'-y=0$$

2°) Déterminer une solution particulière de l'équation différentielle (E).

3°) Déduire des deux questions précédentes l'ensemble des solutions de (E).

4°) Déterminer la solution f de (E) qui vérifie la condition initiale f(0)=1.

Exercice 2

Soit (E) l'équation différentielle:

$$y''+2y'+y=4e^{-x}$$

dans laquelle y est une fonction de la variable x, deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$, et où y' est la fonction dérivée de y et y'' sa fonction dérivée seconde.

1°) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation différentielle (E_0) :

$$y''+2y'+y=0$$

2°) Montrer que la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par:

$$g(x)=2x^2e^{-x}$$

est une solution particulière sur $\mathbb{R}$ de (E).

3°) En déduire la solution générale sur $\mathbb{R}$ de (E).

4°) Déterminer la solution f de (E) qui vérifie :

f(0)=4 et f'(0=1.

Exercice 3

Soit (E) l'équation différentielle:

$$4y''+4y'+5y=5x^2+8x+13$$

dans laquelle y est une fonction de la variable x, deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$, et où y' est la fonction dérivée de y et y'' sa fonction dérivée seconde.

1°) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation différentielle (E_0) :

$$4y''+4y'+5y=0$$

2°) Déterminer une solution particulière de l'équation différentielle (E).

3°) Déduire de 1°) et de 2°) l'ensemble des solutions de (E).