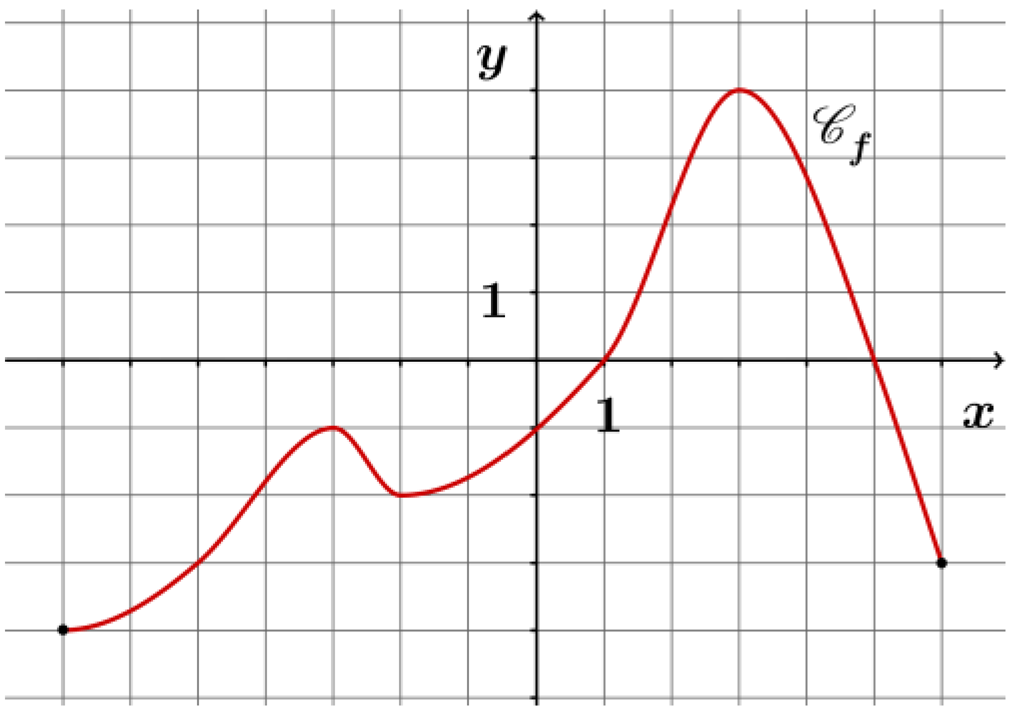
Classe: 1SSI	Date: 26/11/2012	Type Devoir surveillé
Devoir n°7		
Thème: Fonctions		

Exercice 1

Soit f la fonction définie sur [-7;6] par le graphique suivant.



1°) Donner f(-7) ; f(-3) ; f(5).

2°) Résoudre graphiquement l'équation $f(x)=-3$.

3°) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x)\leqslant 0$.

4°) Dresser le tableau des variations de f.

5°) a) Donner l'intervalle de définition de $\frac{1}{f}$.

b) Dresser le tableau de variation de $\frac{1}{f}$.

Exercice 2 (Les trois questions sont indépendantes)

1°) a) Rappeler les variations de la fonction $x \longmapsto |x|$.

b) En déduire les variations de la fonction $x \longmapsto 3-|x|$ (On demande de justifier)

2°) Résoudre l'équation $|x-2|=5$.

3°) Résoudre l'inéquation $|x-1| \leqslant 3$.

Exercice 3

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-2\}$ par : $f(x)=\dfrac{2x+1}{x+2}$.

1°) Montrer que $f(x)=2-\dfrac{3}{x+2}$.

2°) Donner le tableau de signe de x+2.

3°) Etudier les variations de f sur $]-\infty;-2[$ et sur $]-2;+\infty[$.

4°) Dresser le tableau des variations de f.

4°) Montrer que si $1 \leqslant x \leqslant 4$ alors $1 \leqslant f(x) \leqslant \dfrac{3}{2}$.

Correction du devoir

Exercice 1

1°) $f(-7) = -4$; $f(-3) = -1$; $f(5) = 0$ (1pt)

2°) $f(x) = -3 \iff x = -5$ ou $x = 6$ (1pt)

3°) $f(x) \leq 0 \iff x \in [-7; 1] \cup [5; 6]$ (1pt)

4°) Tableau des variations

x	-7		-3		-2		3		6
$f(x)$	-4	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	4	$\searrow$	-3

(1pt)

5°) a) $\frac{1}{f}$ est définie lorsque f est définie et $f(x) \neq 0$.

Donc $\frac{1}{f}$ est définie sur $[-7; 1[\cup]1; 5[\cup]5; 6]$ (1pt)

b) Lorsque f est strictement positive ou strictement négative sur un intervalle alors les variations de f et $\frac{1}{f}$ sont contraires.

D'où le tableau :

x	-7		-3		-2		1		3		5		6
$f(x)$	-4	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\searrow$	-3
$\frac{1}{f(x)}$	$-\frac{1}{4}$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$-\frac{1}{2}$	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	$\frac{1}{4}$	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	$-\frac{1}{3}$

(2pts)

Exercice 2

1°) a) La fonction $x \longmapsto |x|$ est décroissante sur $]-\infty;0]$ et elle est croissante sur $[0;+\infty[$.

(1 pt)

b) * $\underline{\text{Sur }]-\infty;0]}$, $x \mapsto |x|$ est décroissante
donc $x \longmapsto -|x|$ est croissante
ainsi $\boxed{x \longmapsto 3-|x| \text{ est croissante}}$

* $\underline{\text{Sur } [0;+\infty[}$, $x \mapsto |x|$ est croissante
donc $x \longmapsto -|x|$ est décroissante
ainsi $\boxed{x \longmapsto 3-|x| \text{ est décroissante}}$

(2 pts)

2°) $|x-2|=5 \iff x-2=-5$ ou $x-2=5$

$\iff \boxed{x=-3 \quad \text{ou} \quad x=7}$

(1 pt)

3°) $|x-1| \leq 3 \iff -3 \leq x-1 \leq 3$

$\iff -3+1 \leq x \leq 3+1$

$\iff \boxed{-2 \leq x \leq 4}$

(1 pt)

Exercice 3

1°) On a : $2-\frac{3}{x+2} = \frac{2(x+2)}{x+2} - \frac{3}{x+2} = \frac{2x+4-3}{x+2} = \frac{2x+1}{x+2} = f(x)$

Conclusion : $\boxed{f(x) = 2-\frac{3}{x+2}}$ (2 pt)

2°) $x \mapsto x+2$ est une fonction affine qui s'annule pour $x=-2$ et de coefficient directeur 1, d'où le tableau de signe :

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$x+2$		$-$	0	$+$	

(1 pt)

3°) $f(x) = 2 - \dfrac{3}{x+2}$

* Sur $]-\infty ; -2[$, $x \mapsto x+2$ est croissante et strictement négative

Donc $x \mapsto \dfrac{1}{x+2}$ est décroissante

ainsi $x \mapsto -\dfrac{3}{x+2}$ est croissante

d'où $\boxed{x \mapsto 2 - \dfrac{3}{x+2} \text{ est croissante}}$

* Sur $]-2 ; +\infty[$, $x \mapsto x+2$ est croissante et strictement positive

Donc $x \mapsto \dfrac{1}{x+2}$ est décroissante

ainsi $x \mapsto -\dfrac{3}{x+2}$ est croissante

d'où $\boxed{x \mapsto 2 - \dfrac{3}{x+2} \text{ est croissante}}$

3pts

4°) Des résultats précédents, on en déduit le tableau de variations de f (Attention, f n'est pas définie en -2)

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f(x)$		$\nearrow$	$\|\|$	$\nearrow$	

1pt

5°) Si $1 \leq x \leq 4 \Rightarrow f(1) \leq f(x) \leq f(4)$ car f est croissante sur $]-2;+\infty[$

or $f(1) = \dfrac{2+1}{1+2} = \dfrac{3}{3} = 1$ et $f(4) = \dfrac{8+1}{4+2} = \dfrac{9}{6} = \dfrac{3}{2}$

Donc $\boxed{1 \leq x \leq 4 \Rightarrow 1 \leq f(x) \leq \dfrac{3}{2}}$

1pt

CQFD