

Classe: TS2ET	Date: 20/12/2012	<u>Type</u> <u>Devoir en classe</u>
<u>Devoir n°6</u>		
Thème: Loi binomiale		

Exercice 1

Soit X une variable aléatoire suivant la loi binomiale $\mathcal{B}(n=8;p=0,3)$.

1°) Donnez $E(X)$ et $V(X)$.

2°) Calculez :

- a) $P(X=0)$,
- b) $P(X=3)$,
- c) $P(X \leq 1)$,
- d) $P(X \leq 7)$.

Exercice 2

Une entreprise dispose d'un parc de 60 ordinateurs neufs ; la probabilité que l'un d'entre eux tombe en panne sur une période d'une année est de 0,1 (période de garantie) ; la panne de l'un des ordinateurs n'affecte pas les autres machines du parc. Quelle est la probabilité que moins de 4 appareils tombent en panne durant l'année ?

Exercice 3

On effectue un contrôle de fabrication sur des pièces dont une proportion $p = 0.02$ est défectueuse.

1. On contrôle un lot de 1000 pièces :

Soit X la variable aléatoire : «nombre de pièces défectueuses parmi 1000». Quelle est la loi de X ? Quel est son espérance, son écart-type ?

2. Calculez la probabilité : $P(18 \leq X \leq 22)$.

Exercice 1 X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(n=8; p=0,3)$

1°) $E(X) = np = 8 \times 0,3 = 2,4$

$V(X) = npq = 8 \times 0,3 \times 0,7 = 1,68$

2°) a) $P(X=0) = C_8^0 p^0 q^8 = 1 \times 1 \times 0,7^8 = 0,0576$

b) $P(X=3) = C_8^3 p^3 q^5 = \frac{8 \times 7 \times 6}{3!} \times 0,3^3 \times 0,7^5 = 56 \times 0,3^3 \times 0,7^5 = 0,254$

c) $P(X \leq 1) = P(X=0) + P(X=1) = 1 \times 1 \times 0,7^8 + C_8^1 p^1 q^7$
 $= 0,7^8 + 8 \times 0,3 \times 0,7^7 = 0,255$

d) $P(X \leq 7) = 1 - P(X > 7) = 1 - P(X=8) = 1 - C_8^8 p^8 q^0 = 1 - 0,3^8 = 0,99993$

Exercice 2

Soit X la v.a. qui indique le nombre d'ordinateurs qui tombent en panne durant l'année parmi les 60 ordinateurs.

Comme la probabilité que l'un d'entre eux tombe en panne durant l'année vaut 0,1; on sait que X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(n=60; p=0,1)$

Ainsi, la probabilité que moins de 4 appareils tombent en panne durant l'année est:

$$\begin{aligned} P(X < 4) &= P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) \\ &= C_{60}^0 p^0 q^{60} + C_{60}^1 p^1 q^{59} + C_{60}^2 p^2 q^{58} + C_{60}^3 p^3 q^{57} \\ &= q^{60} + 60 p q^{59} + 1770 p^2 q^{58} + 34220 p^3 q^{57} \\ &\quad (\text{avec } p=0,1 \text{ et } q=0,9) \\ &= 0,137 \end{aligned}$$

Exercice 3

1°) X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(n=1000; p=0,02)$

Donc $E(X) = n \cdot p = 1000 \times 0,02 = 20$

$\sigma(X) = \sqrt{npq} = \sqrt{1000 \times 0,02 \times 0,98} = 4,427$

2°) $P(18 \leq X \leq 22) = P(X=18) + P(X=19) + P(X=20) + P(X=21) + P(X=22)$
 $= C_{1000}^{18} p^{18} q^{982} + C_{1000}^{19} p^{19} q^{981} + C_{1000}^{20} p^{20} q^{980} + C_{1000}^{21} p^{21} q^{979} + C_{1000}^{22} p^{22} q^{978}$
 $= (\text{je tape sur la calculatrice avec } p=0,02 \text{ et } q=0,98)$
 $= 0,42745155 \approx 0,427$