

Classe: TS2ET	Date: 20/12/2012	Type <u>Devoir en classe</u>
<u>Devoir n°6</u>		
Thème: Loi binomiale		

Exercice 1

Soit X une variable aléatoire suivant la loi binomiale $\mathcal{B}(n=8; p=0,3)$.

1°) Donnez $E(X)$ et $V(X)$.

2°) Calculez :

- a) $P(X=0)$,
- b) $P(X=3)$,
- c) $P(X \leq 1)$,
- d) $P(X \leq 7)$.

Exercice 2

Une entreprise dispose d'un parc de 60 ordinateurs neufs ; la probabilité que l'un d'entre eux tombe en panne sur une période d'une année est de 0,1 (période de garantie) ; la panne de l'un des ordinateurs n'affecte pas les autres machines du parc. Quelle est la probabilité que moins de 4 appareils tombent en panne durant l'année ?

Exercice 3

On effectue un contrôle de fabrication sur des pièces dont une proportion $p = 0.02$ est défectueuse.

1. On contrôle un lot de 1000 pièces :

Soit X la variable aléatoire : «nombre de pièces défectueuses parmi 1000». Quelle est la loi de X ? Quel est son espérance, son écart-type ?

2. Calculez la probabilité : $P(18 \leq X \leq 22)$.

Corrige

Exercice 1 X suit la loi binomiale $B(n=8; p=0,3)$

1°) $E(X) = np = 8 \times 0,3 = 2,4$

$$V(X) = npq = 8 \times 0,3 \times 0,7 = 1,68$$

2°) a) $P(X=0) = C_8^0 p^0 q^8 = 1 \times 1 \times 0,7^8 = 0,0576$

b) $P(X=3) = C_8^3 p^3 q^5 = \frac{8 \times 7 \times 6}{3!} \times 0,3^3 \times 0,7^5 = 56 \times 0,3^3 \times 0,7^5 = 0,254$

c) $P(X \leq 1) = P(X=0) + P(X=1) = 1 \times 1 \times 0,7^8 + C_8^1 p^1 q^7$
 $= 0,7^8 + 8 \times 0,3 \times 0,7^7 = 0,255$

d) $P(X \leq 7) = 1 - P(X > 7) = 1 - P(X=8) = 1 - C_8^8 p^8 q^0 = 1 - 0,3^8 = 0,99993$

Exercice 2

Soit X la v.a. qui indique le nombre d'ordinateurs qui tombent en panne durant l'année parmi les 60 ordinateurs.

Comme la probabilité que l'un d'entre eux tombe en panne durant l'année vaut 0,1, on sait que X suit la loi binomiale $B(n=60; p=0,1)$.

Ainsi, la probabilité que moins de 4 appareils tombent en panne durant l'année est:

$$\begin{aligned} P(X < 4) &= P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) \\ &= C_{60}^0 p^0 q^{60} + C_{60}^1 p^1 q^{59} + C_{60}^2 p^2 q^{58} + C_{60}^3 p^3 q^{57} \\ &= q^{60} + 60 p q^{59} + 1770 p^2 q^{58} + 34220 p^3 q^{57} \\ &\quad (\text{avec } p=0,1 \text{ et } q=0,9) \\ &= 0,137 \end{aligned}$$

Exercice 3

1°) X suit la loi binomiale $B(n=1000; p=0,02)$

Donc $E(X) = n \cdot p = 1000 \times 0,02 = 20$

$$\sigma(X) = \sqrt{npq} = \sqrt{1000 \times 0,02 \times 0,98} = 4,427$$

2°) $P(18 \leq X \leq 22) = P(X=18) + P(X=19) + P(X=20) + P(X=21) + P(X=22)$
 $= C_{1000}^{18} p^{18} q^{982} + C_{1000}^{19} p^{19} q^{981} + C_{1000}^{20} p^{20} q^{980} + C_{1000}^{21} p^{21} q^{979} + C_{1000}^{22} p^{22} q^{978}$
 $= (\text{je tape sur la calculatrice avec } p=0,02 \text{ et } q=0,98)$
 $= 0,42745155 \approx 0,427$