Classe: TS1ET	Date: 14/1/13	**Type**
Devoir n°5		**Interrogation**
Thème: Logarithmes		

Exercice 1: Simplifier

$a=\ln(e^3)$; $b=\ln\left(\frac{1}{e^4}\right)$; $c=\ln(\sqrt{e})$

Exercice 2: Exprimer à l'aide de ln(a); ln(b) et ln(c).

1°) $\ln(ab^2c)$ 2°) $\ln\left(\frac{ab}{c}\right)$ 3°) $\ln\left(\frac{a^2b}{\sqrt{c}}\right)$

Exercice 3: Déterminer les limites suivantes

1°) $\lim_{x\to+\infty} \ln(1+x^2)$; 2°) $\lim_{x\to+\infty} \ln\left(1+\frac{1}{x^2}\right)$; 3°) $\lim_{x\to+\infty} \ln\left(\frac{2x+3}{x+1}\right)$.

Exercice 4: Résoudre les équations suivantes

1°) $\ln(x)=2$
2°) $\ln(2x+1)=\ln(-2x-3)$

Exercice 5: Résoudre l'inéquation

$\ln(3x-1)<\ln(2)$

corrigé

Exercice 1

$a = \ln(e^3) = 3\ln(e) = 3$

$b = \ln\left(\frac{1}{e^4}\right) = -\ln(e^4) = -4\ln(e) = -4$

$c = \ln(\sqrt{e}) = \ln(e^{\frac{1}{2}}) = \frac{1}{2}\ln(e) = \frac{1}{2}$

1,5 pts

Exercice 2

1°) $\ln(ab^2c) = \ln(a) + \ln(b^2) + \ln(c)$
$= \ln(a) + 2\ln(b) + \ln(c)$

2°) $\ln\left(\frac{ab}{c}\right) = \ln(ab) - \ln(c)$
$= \ln(a) + \ln(b) - \ln(c)$

3°) $\ln\left(\frac{a^2b}{\sqrt{c}}\right) = \ln(a^2b) - \ln(\sqrt{c})$
$= \ln(a^2) + \ln(b) - \ln(c^{\frac{1}{2}})$
$= 2\ln(a) + \ln(b) - \frac{1}{2}\ln(c)$

1,5 pts

Exercice 3

1°) $\lim\limits_{x \to +\infty} (1+x^2) = +\infty$ donc $\boxed{\lim\limits_{x \to +\infty} \ln(1+x^2) = +\infty}$ 1pt

2°) $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(1+\frac{1}{x^2}\right) = 1+0 = 1$ donc $\boxed{\lim\limits_{x \to +\infty} \ln\left(1+\frac{1}{x^2}\right) = \ln(1) = 0}$ 1pt

3°) $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\frac{2x+3}{x+1}\right) = \lim\limits_{x \to +\infty} \left(\frac{2x}{x}\right) = \lim\limits_{x \to +\infty} (2) = 2$

car une fraction rationnelle
se comporte en $\pm\infty$ comme
son terme de plus haut degré

Donc $\boxed{\lim\limits_{x \to +\infty} \ln\left(\frac{2x+3}{x+1}\right) = \ln(2)}$ 1pt

Exercice 4

1°) $\ln(x) = 2$

* L'équation est définie pour $x > 0$.
* $\ln(x) = 2 \Leftrightarrow \ln(x) = \ln(e^2)$ (car $\ln(e^2) = 2$)

$\Leftrightarrow \boxed{x = e^2}$

1pt

2°) $\ln(2x+1) = \ln(-2x-3)$

* L'équation est définie lorsque :

$$\begin{cases} 2x+1>0 \\ \text{et} \\ -2x-3>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x>-1 \\ \text{et} \\ -2x>3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-\frac{1}{2} \\ \text{et} \\ x<-\frac{3}{2} \end{cases}$$

Donc elle n'est jamais définie.

1pt

* conclusion : L'équation n'a pas de solution !

Exercice 5 : $\ln(3x-1) < \ln(2)$

* L'inéquation est définie lorsque :

$3x - 1 > 0 \Leftrightarrow 3x > 1 \Leftrightarrow x > \frac{1}{3}$

* $\ln(3x-1) < \ln(2)$

$\Leftrightarrow 3x - 1 < 2$

$\Leftrightarrow 3x < 3$

$\Leftrightarrow x < 1$

conclusion : Les solutions sont les nombres de l'intervalle

$$\boxed{S = \left]\frac{1}{3} ; 1\right[}$$

2pts